

VADEMECUM SULLA MISURA DEL RAGGIO TERRESTRE SEGUENDO IL METODO DI ERATOSTENE

Premessa:

Eratostene da Cirene fu il direttore della biblioteca di Alessandria d'Egitto durante il III secolo a.C. e ideatore del metodo di calcolo che porta il suo nome e relativo alle dimensioni della Terra. Eratostene era anche un geografo, un astronomo, un matematico e matematico. Secondo i suoi studi, durante il solstizio d'estate nella città di Syene (oggi Assuan), proprio perché molto prossima al tropico del Cancro, al passaggio al meridiano il Sole si trovava allo zenit e pertanto poteva osservare che il fondo di un pozzo profondo riusciva ad essere illuminato. Questo significava che i raggi arrivavano perpendicolari al terreno e che uno gnomone (ovvero un bastone piantato verticalmente in un terreno pianeggiante) non avrebbe proiettato alcuna ombra per terra. Ad Alessandria d'Egitto però, sempre al passaggio al meridiano del Sole durante il solstizio d'estate, questo fenomeno questo non accadeva mai e gli obelischi proiettavano sul terreno sempre e comunque un minimo la loro ombra. I due fenomeni erano quindi la dimostrazione diretta del fatto che la Terra ha una forma sferica. Vedi sotto l'esplicitazione grafica di quanto sopra esposto (Figura 1).

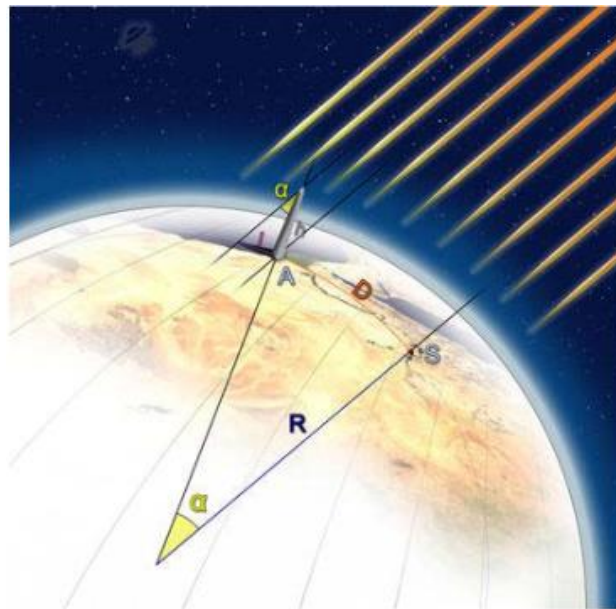


Figura 1

Eratostene era a conoscenza della distanza (D) tra Alessandria d'Egitto (A) e Syene (S) e ricavò (con strumenti e metodi disponibili all'epoca) l'angolo α con cui i raggi solari arrivavano ad Alessandria d'Egitto (A) e di conseguenza anche l'angolo al centro della Terra sotteso dalla curva D e compreso tra i due raggi terrestri. Con i dati in suo possesso e le conoscenze geometriche note all'epoca, poté determinare la dimensione del raggio terrestre. Di seguito viene riportata la proporzione per esplicitare in maniera matematica il concetto.

$$2\pi R : D = 360 : \alpha$$

$$R = \frac{360 \times D}{2\pi\alpha}$$

Calcolo del raggio terrestre sostituendo le due città egiziane con due città italiane

Voglio pertanto ripetere l'esperienza di Eratostene facendo le misure in luoghi di osservazione in Italia posti a Padova (A) e in provincia di Lecce (B).

La latitudine del luogo osservazione a Padova (punto A) è 45.4332° N ($45^\circ 26' 3.38''$ N) mentre la latitudine del luogo osservazione in provincia di Lecce (punto B) è 39.9338° N ($39^\circ 56' 1.761''$ N).

La figura 2 qui sotto riprende il concetto e il procedimento seguito da Eratostene per calcolare la dimensione del raggio della Terra adattato alle due località italiane.

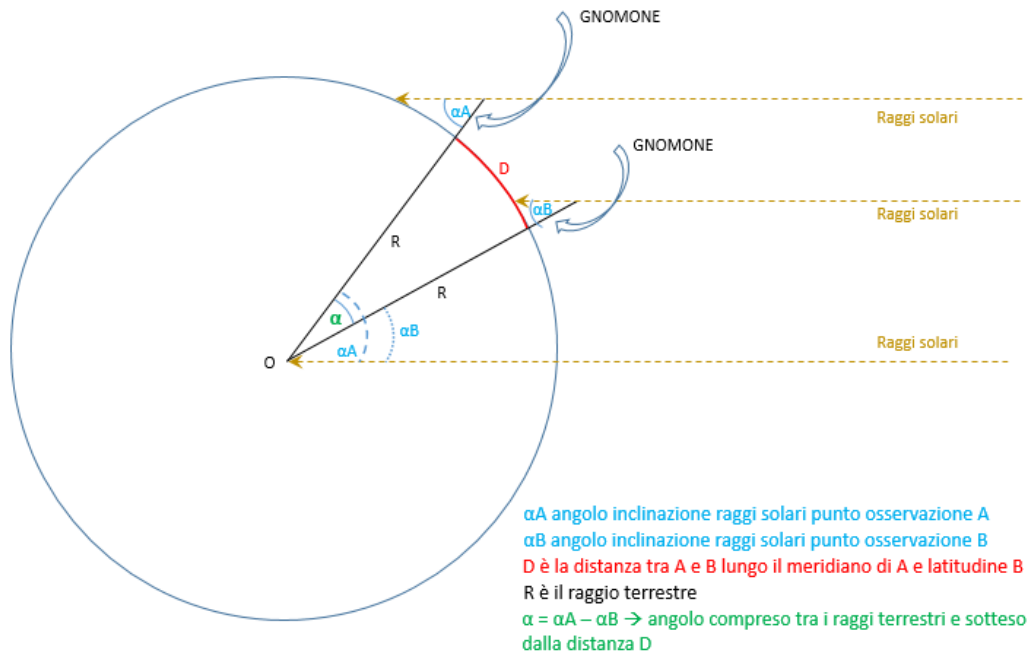
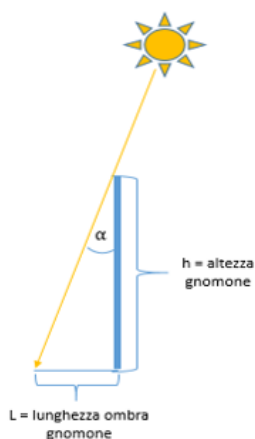


Figura 2

Se D è la distanza tra i due punti di osservazione lungo lo stesso meridiano, il raggio terrestre R, si ricava facilmente dalla proporzione seguente:

$$2\pi R : D = 360 : (\alpha_A - \alpha_B)$$

In termini matematici, con riferimento ai simboli della figura 3 qui sotto, per calcolare l'angolo con cui i raggi solari arrivano alla latitudine di un luogo uso la formula:



$$\alpha = \arctan L/h$$

h è l'altezza dello gnomone,
L la lunghezza dell'ombra proiettata dallo gnomone
 α l'angolo funzione dell'elevazione del Sole.

Figura 3

La misurazione viene condotta:

1. considerando la Terra esattamente sferica;
2. considerando il Sole posto a distanza tale da poter ritenere i raggi che arrivano sui punti di osservazione A e B siano paralleli;
3. sapendo che le due città italiane considerate si trovano in diversi meridiani (esse differiscono in longitudine di 7°) differentemente da quelle usate da Eratostene ovvero Alessandria d’Egitto e Assuan il cui scarto in longitudine era di 3°. Quindi sapendo che il Sole nel moto apparente culmina a sud prima nei luoghi che sono più a est rispetto a quelli che seguono, la misura dell’ombra deve essere condotta quando, in entrambi i luoghi, il Sole è al meridiano ovvero quando il Sole è a sud e raggiunge pertanto il punto massimo di elevazione, parametro quest’ultimo che è funzione della latitudine del luogo. Per fare questo si deve conoscere l’ora del passaggio al meridiano delle singole località che segue la nota “Equazione del tempo” (es.: <https://eratostene.vialattea.net/astrocalc/sole1.html>)
4. La distanza misurata con Google Maps lungo il meridiano punto A e la corrispondente latitudine del punto B lungo lo stesso meridiano del punto A è di 612 Km (vedi figura 4 qui sotto).

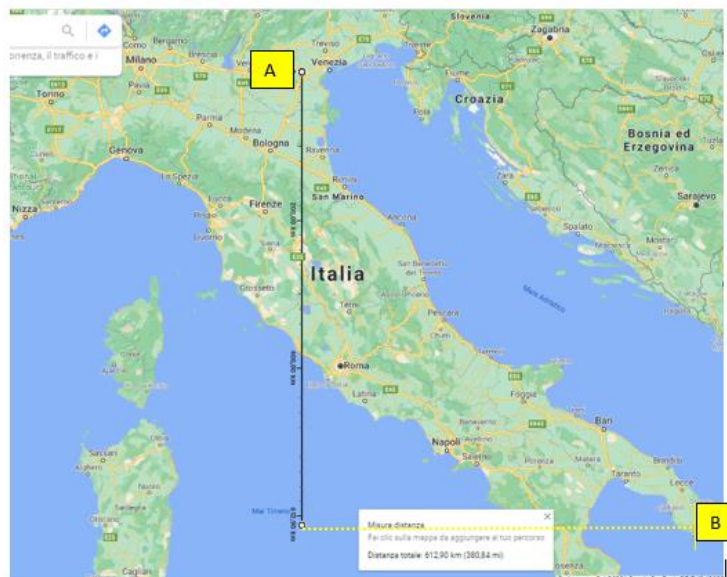


Figura 4

Per ridurre l’errore della misura dell’ombra è preferibile usare un’asta o un bastone rigido abbastanza lungo (1-2m) e usare il filo a piombo per garantire che esso rimanga esattamente perpendicolare al terreno durante la misurazione. Il terreno su cui si esegue la misura deve essere piano.

Foglio di calcolo

	Punto A (Padova)	Punto B (prov. Lecce)
Giorno della misurazione	18/07/2021	21/07/2021
Ora della misurazione (ore locali)	13:18	12:53
Altezza gnomone (h)	129,3 cm	106,7 cm
Lunghezza ombra proiettata (L)	60 cm	37,5 cm
Angolo formato $\alpha = \arctan(L/h)$	$\alpha_A = 24,89305^\circ$	$\alpha_B = 19,36416^\circ$
Differenza angoli $\alpha = \alpha_A - \alpha_B$	5,52888°	
Distanza tra A e B (D) *	612 km	
Raggio terrestre (R) calcolato con la formula $2\pi R : D = 360 : (\alpha_A - \alpha_B)$	6342 km	
Errore rispetto al valore ufficiale del raggio equatoriale (**) Re = 6378.137 km	-0,56 % (36 km)	

* misurata con Google Maps lungo il meridiano di A e alla latitudine di B

** <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html>



Foto delle misurazioni condotte a Padova e in provincia di Lecce

Conclusioni:

L'errore commesso è molto piccolo ed è ampiamente accettabile se si pensa che ho usato scope e ombrelloni da spiaggia come gnomoni, cercato la perpendicolarità con un filo a piombo e misurato distanze con il metro da muratore e gessetti.

Lo scopo dell'esperienza va ben oltre la ricerca della perfezione del calcolo. Lo scopo dell'esperienza è quello di coinvolgere curiosi, semplici appassionati di astronomia ma soprattutto studenti delle scuole medie di secondo grado, mostrando loro che sin dai tempi di Aristotele si era a conoscenza della forma sferica della Terra. Grazie a questa esperienza è possibile coinvolgerli nell'assimilare concetti semplici facendo eseguire loro semplici calcoli seppur riguardanti il raggio del nostro pianeta.

Per qualsiasi domanda, chiarimento, integrazione o segnalazione di errori contattatemi pure tramite l'associazione o direttamente all'indirizzo e-mail: riccardofecchio78@gmail.com

BUON DIVERTIMENTO

Padova, 27 luglio 2021

Riccardo